Universidade Federal de Santa Catarina

Centro de Ciências Físicas e Matemáticas – Pós-Graduação em Física

Mecânica Quântica II (FSC410112) — Prof. Emmanuel G. de Oliveira

Lista de problemas II — Prazo de entrega: 14h do dia 25 de outubro de 2019

(1) (a) Demonstre que o termo de interação (de duas partículas) do hamiltoniano no formalismo de número de ocupação é dado por:

$$\frac{1}{2}\int d^3\mathbf{r}\int d^3\mathbf{r}' v(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\psi^\dagger(\mathbf{r}')\psi^\dagger(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}') \tag{1}$$

(b) Encontre como o operador de campo evolui com o tempo incluindo o termo acima.

(2) Considere o sistema de dois elétrons nas posições ϕ_1 e ϕ_2. O sistema é cíclico, tal que $\phi + 2\pi = \phi$. Os elétrons estão submetidos a um potencial dado por:

$$V(\phi) = \begin{cases} -V_0 & \text{se } 0 < \phi < \gamma \\ 0 & \text{se } \gamma < \phi < \pi - \gamma \\ -V_0 & \text{se } \pi - \gamma < \phi < \pi + \gamma \\ 0 & \text{se } \pi + \gamma < \phi < 2\pi - \gamma \\ -V_0 & \text{se } 2\pi - \gamma < \phi < 2\pi \end{cases} \tag{2}$$

em que $\gamma < \pi/2$. Há um termo de interação entre os elétrons dado por $V_0\Theta(\gamma - \phi_{1,2})$ onde $\phi_{1,2}$ é o menor ângulo entre os dois elétrons. Não há dependência do hamiltoniano no spin e a parte cinética de cada elétron é dada por:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e r^2}\partial_\phi^2 \tag{3}$$

(a) Encontre a energia do estado fundamental para o caso singleto e para o caso tripleto (analiticamente, aproximadamente ou numericamente). (b) Defina uma energia de troca e verifique se ela muda de sinal quando variamos os parâmetros V_0 e γ.